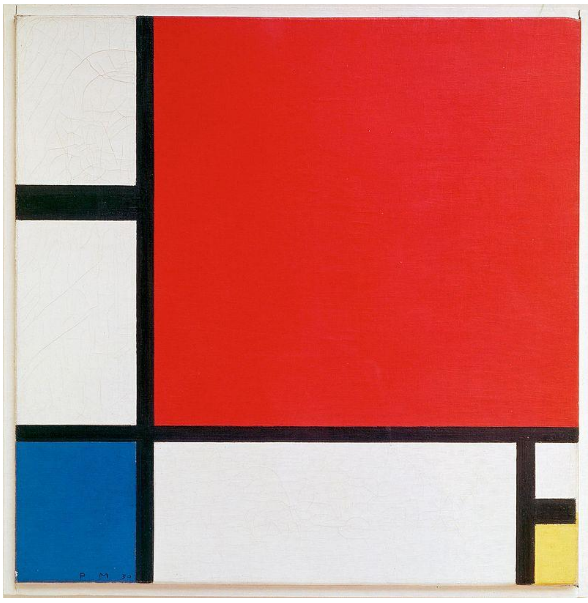
Imersão Matemática na obra

PhiMath zeta: Franco de Miranda Sério Neto



1. Autor e data:

Quem foi o artista que fez a obra. Quando foi feita a obra.

Piet Mondrian. Ano da obra: 1930

2. Tema:

Qual o tema da obra? Qual foi a intenção do autor ao criá-la?

Composição II em Vermelho, Azul e Amarelo.

Análise matemática

Os principais tópicos da uma análise matemática de uma obra são: linguagem matemática; área de concentração; características principais e métodos e técnicas importantes.

1. Linguagem matemática

Qual o conceito e/ou o processo matemático usado pelo autor na obra?

Segmento de retas paralelas e perpendiculares; ângulos retos; formas geométricas simples (retas, quadrados e retângulos); proporção áurea.

2. Área de concentração

Em qual área da Matemática o conceito e/ou o processo matemático usado pode ser classificado? Cite alguns tópicos específicos onde tal conceito e/ou o processo pode ser encontrado na Matemática.

Números irracionais; Geometria: segmento de retas; retas paralelas e perpendiculares.

3. Características principais

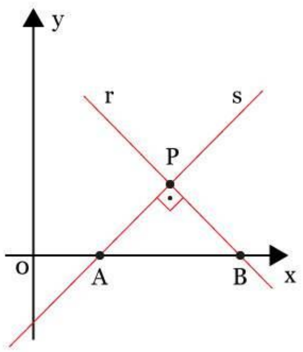
Defina formalmente o conceito e/ou o processo matemático usado pelo autor; suas principais propriedades e dê alguns exemplos (e qualquer outro elemento matemático que considerar importante);

Segmento de retas:

Os segmentos de retas possuem um ponto inicial e um ponto final. Um segmento de reta nada mais é do que uma parte de uma reta que possui um ponto inicial e um ponto final, chamados de "extremos". Na figura a seguir temos uma reta r, e a parte vermelha compreendida entre os pontos A e B é um segmento de reta.

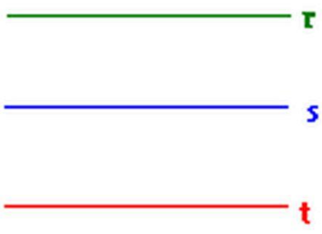
Retas perpendiculares

As retas perpendiculares quando se cruzam entre si num ponto comum constroem um ângulo reto (90°). A perpendicularidade ou ortogonalidade não é uma característica exclusiva das retas, pois também é aplicada ao plano.



Retas paralelas

As retas paralelas são, basicamente, duas linhas retas que não apresentam um ponto em comum. Em outras palavras, são duas retas que não se encontram, mas que, necessariamente, tem o mesmo sentido. Outra característica que as definem é que elas mantêm a mesma medida de inclinação, chamado de coeficiente angular.

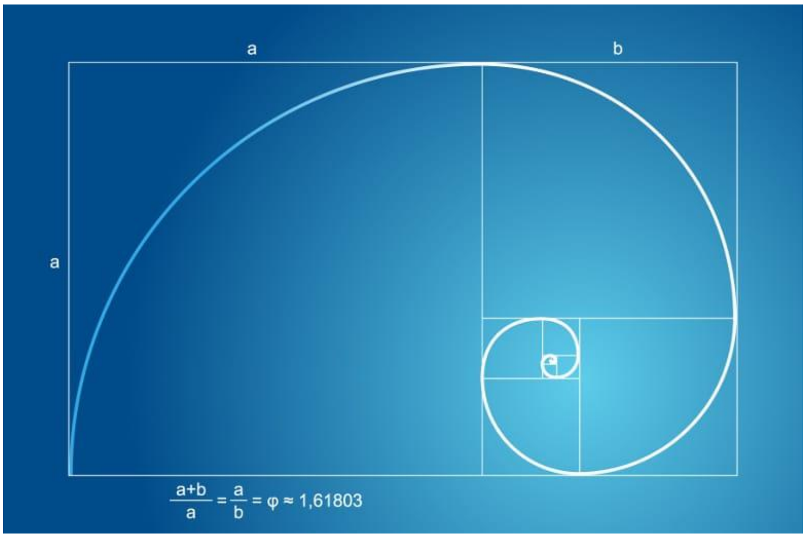


A Proporção Áurea

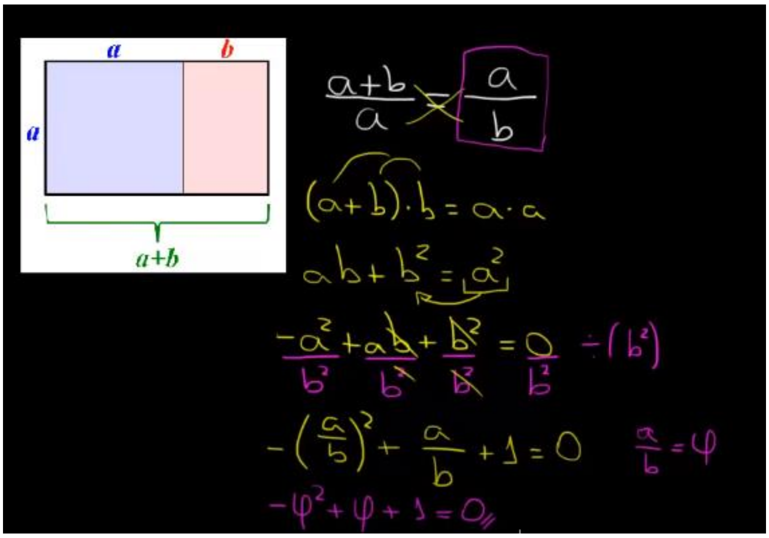
A Proporção Áurea – também conhecida como número de ouro, número áureo, secção áurea e proporção de ouro – existe quando uma linha é dividida em duas partes e a parte mais longa (a) dividida pela parte menor (b) é igual à soma de (a) + (b) dividida por (a), resultando em 1.618. O número $\varphi = (1 + \sqrt{5})/2 \approx 1{,}618033989...$ é uma constante real algébrica irracional, denotada pela letra grega {\displaystyle \phi }\phi (PHI), em homenagem ao escultor Phideas (Fídias), arredondada a três casas decimais de 1,618.

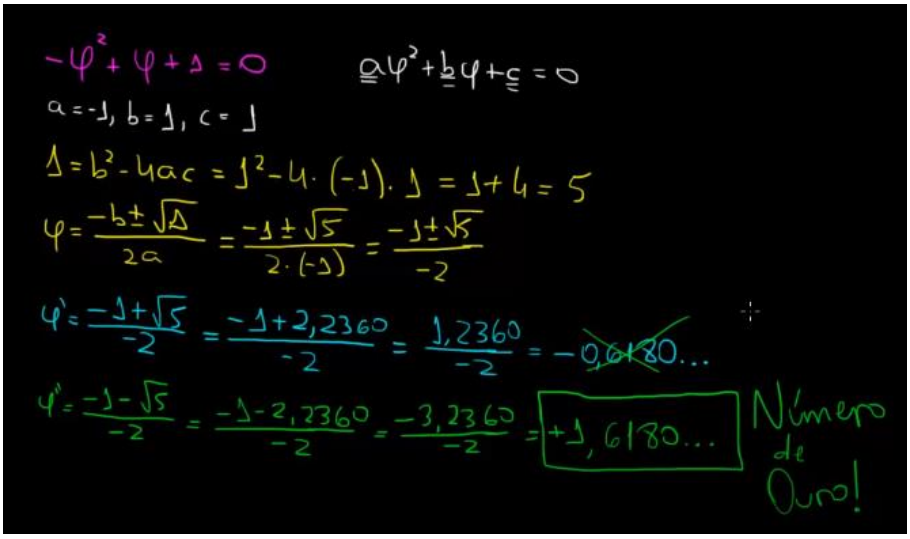
A letra grega Phi — ou φ é usada para representar essa equação. Ela tem a ver com o arquiteto e matemático Phidias, que, segundo os estudiosos afirmam, foi quem empregou pela primeira vez o conceito da proporção áurea.

A proporção áurea foi descrita pela primeira vez por Euclides na obra "Os Elementos", escrita por ele a 2,3 mil anos.



Obtemos o valor da razão áurea através da equação do segundo grau. A principal relação entre a razão áurea e a equação do segundo grau é que obtemos o valor da razão utilizando a fórmula de Bhaskara. Dado um segmento de reta, vamos dividi-lo em duas partes: a e b. A proporção é denominada de Proporção Áurea, que representamos pela letra grega φ. Ao simplificarmos tal proporção, obtemos uma equação do segundo grau: $-\varphi^2 + \varphi + 1 = 0$. Resolvendo a equação acima pela fórmula de Bhaskara, encontramos dois valores: $\varphi = (1 + \sqrt{5})/2$ e $\varphi = (1 - \sqrt{5})/2$. Descartando o valor negativo, encontramos o valor da razão áurea, que é $\varphi = (1 + \sqrt{5})/2$.





Se você continuar aplicando a fórmula da Proporção Áurea ao novo retângulo você vai, eventualmente, obter um diagrama com quadrados progressivamente menores:

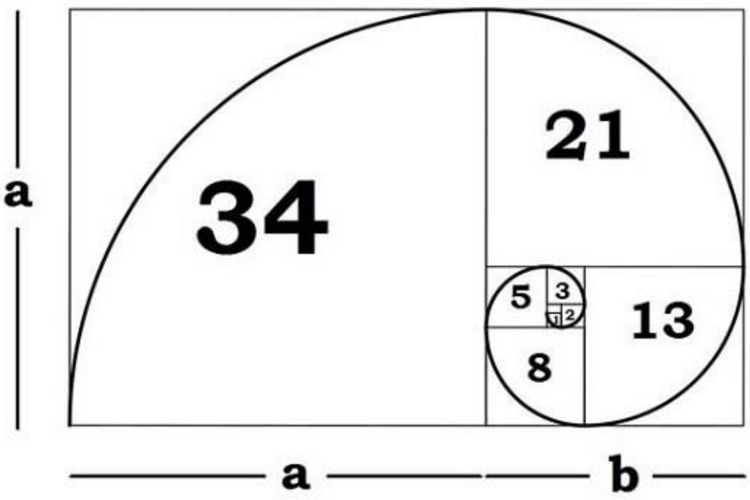
Se você utilizar o diagrama da Proporção Áurea acima e desenhar um arco em cada quadrado, de um canto ao outro, isso vai resultar na primeira curva da Espiral Áurea (ou sequência de Fibonacci) – uma série na qual o padrão de cada número é a soma dos dois números anteriores. Começando no zero, a sequência é: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144… e por aí vai.

Ao inserir o arco em cada quadrado, você vai obter o diagrama da Espiral Áurea:

A famosa sequência de Fibonacci está ligada diretamente à proporção áurea.

A sequência de números infinita descrita por Leonardo Fibonacci no século XIII, se disposta em quadrados distribuídos geometricamente em um triângulo, forma o que ficou conhecido como "retângulo de ouro".

Veja na figura abaixo como a proporção áurea se encaixa perfeitamente no triângulo de ouro.



A sequência de Fibonacci possui propriedades que nos levam ao número de ouro. Para obtermos esta sequência é necessário considerar que o seu primeiro termo é igual a 1, e seguindo temos:

$a_1=1$

$a_2=a_1+$ anterior $=1$*

* Neste caso, não possui antecessor, então ele também ocupará a segunda posição. Continuando:

$a_3=a_2+a_1=1+1=2$

$a_4=a_3+a_2=2+1=3$

$a_5=a_4+a_3=3+2=5$

Se continuarmos esta operação infinitamente, obteremos a seguinte sequência:

(1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, …)

Para extrairmos o número de ouro desta sequência basta obtermos a razão entre dois números consecutivos dela. À medida que os números aumentam, mais próximos chegamos de ϕ, veja:

1/1=1

2/1=2

3/2=1,5

5/6=1,666...

8/5=1,6

...

34/21=1,619047...

55/34=1,6176470588...

2) Ao calcularmos a expressão abaixo também obtemos o número de ouro:

ϕ=1,6180339887...

3) O número de ouro satisfaz duas equações interessantes. A primeira, a razão entre 1 e fi é igual a fi menos um:

$1/\phi = \phi - 1$

Manipulando esta equação obtemos:

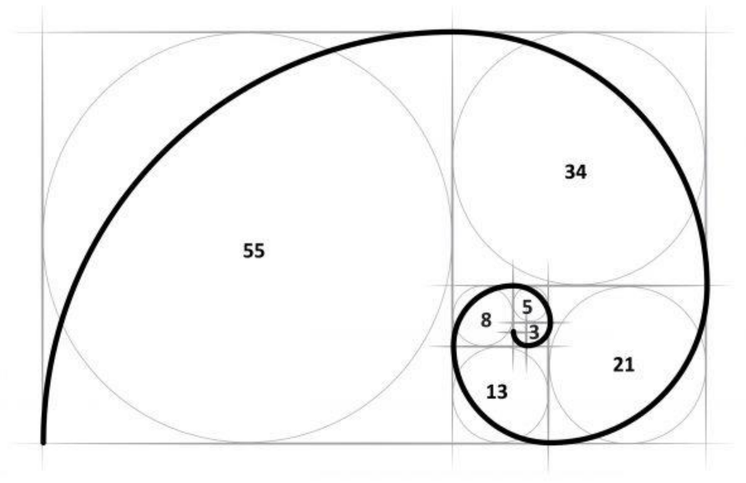
$\phi(\phi - 1) = 1$

$\phi^2 - \phi = 1$

Temos então a segunda relação:

$\phi^2 = 1 + \phi$

4) A espiral de Fibonacci aparece quando construímos uma série de quadrados cujos lados são os números da sequência de Fibonacci. É também possível construí-lo a partir da regra da proporção áurea. Em outras palavras, a espiral pode ser formada pela colagem de arcos de um quarto de círculo em quadrados cujos lados diminuam em razão de ϕ. Seguindo esta razão obtemos:



A proporção áurea também pode ser encontrada na natureza e até no corpo humano.

4. Métodos e técnicas

Descreva métodos e/ou técnicas relacionados com o tema que considere relevante para o entendimento matemático do mesmo.

A proporção áurea é a procura constante de harmonia e beleza que foi encontrada na matemática por Piet Mondrian. Mondrian descobriu então o número de ouro, que é um valor numérico irracional aproximado de 1,618. Com a descoberta do número de ouro ele chegou ao retângulo de ouro, que exprime beleza, pois é uma forma geométrica agradável á vista.

REFERENCIAS

WIKIPEDIA. Proporção áurea. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Propor%C3%A7%C3%A3o_%C3%A1urea . Acesso em 29 jul 2021.

CANVA. O que É Proporção Áurea?. Disponível em: https://www.canva.com/pt_br/aprenda/o-que-e-proporcao-aurea/ . Acesso em 29 jul 2021

INFOESCOLA. Número de ouro. Disponível em: https://www.infoescola.com/matematica/numero-de-ouro/ . Acesso em 29 jul 2021

YOUTUBE. Donald no País da Matemágica. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=wbftu093Yqk&ab_channel=Educa%C3%A7%C3%A3oDocument%C3%A1rios . Acesso em 30 jul 2021.

YOUTUBE. Cálculo do Número de Ouro ou Razão Áurea. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=3z6A60hrS6A&ab_channel=Matem%C3%A1ticaRiocomProf.RafaelProcopio . Acesso em 31 jul 2021.

COSTA, José; SILVA, Romulo. O NÚMERO DE OURO E SUAS APLICAÇÕES NA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5951_2411_ID.pdf . Acesso em: 31 jul 2021

INFOESCOLA. Número de Ouro. Disponível em: https://www.infoescola.com/matematica/numero-de-ouro/ . Acesso em: 31 jul 2021.